લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 4**

વિભાગ-A

1. (A) 1 **2.** (A) 10 **3.** (C) $\sqrt{(b^2-4ac)^2}$ **4.** (D) 6 π **5.** (D) 2.88 **6.** (C) 70 **7.** અનંત **8.** $\frac{1}{2}$ **9.** 2 **10.** $2a$
11. $\frac{1}{2}$ **12.** 24 **13.** ખરું **14.** ખોટું **15.** ખરું **16.** ખરું **17.** pqr **18.** (0, – 1) **19.** $\frac{\pi R^2 P}{360}$ **20.** $\frac{1}{3}\pi r^2(2r + h)$
21. (c) $-\frac{b}{a}$ **22.** (a) $\frac{c}{a}$ **23.** (b) $\sqrt{2}$ **24.** (a) $\sqrt{3}$

વિભાગ-B

25. અહીં રવિના અને જતિન કેટલી મિનિટે પ્રારંભબિંદુ પર ભેગા થાય તે માટે 18 અને 12નો લ.સા.અ. શોધવો પડે.

$18 = 2 \times 3^2$

$12 = 2^2 \times 3$

$\therefore$ લ.સા.અ. (18, 12) $= 2^2 \times 3^2 = 36$

$= 36 \times 60$ સેકન્ડ

$= 2160$ સેકન્ડ

આમ, 2160 સેકન્ડ બાદ બંને ફરી પ્રારંભ બિંદુએ ભેગા થાય.

26. $x - 3y - 7 = 0$

$\therefore\ x - 3y = 7$ ...(1)

$3x - 3y = 15$

$\therefore\ x - y = 5$ ...(2)

સમીકરણ (1)માંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$x - 3y = 7$

$x - y = 5$

$-\ \ +\ \ \ \ -$

$\therefore\ -2y = 2$

$\therefore\ y = \frac{-2}{2}$

$\therefore\ y = -1$

સમીકરણ (2)માં $y = -1$ મૂકતાં,

$x - y = 5$

$\therefore\ x - (-1) = 5$

$\therefore\ x + 1 = 5$

$\therefore\ x = 5 - 1$

$\therefore\ x = 4$

આમ, આપેલ સુરેખ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ $x = 4$ અને $y = -1$ છે.

$\therefore\ 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

27. $\therefore a = 3, b = -4\sqrt{3}, c = 4$

$b^2 - 4ac = \left(-4\sqrt{3}\right)^2 - 4(3)(4) = 48 - 48 = 0$

અહીં, $b^2 - 4ac = 0$ હોવાથી આપેલ સમીકરણના બંને બીજ સમાન અને વાસ્તવિક છે.

$\therefore x = \dfrac{-b}{2a}$

$\therefore x = \dfrac{-(-4\sqrt{3})}{2 \times 3}$

$= \dfrac{4\sqrt{3}}{6}$

$= \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

આમ, સમીકરણનાં બીજ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ અને $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ છે.

28. ધારો કે, નાની સંખ્યા x છે.

પહેલી શરત મુજબ, મોટી સંખ્યા + નાની સંખ્યા = 27

$\therefore$ મોટી સંખ્યા $+ x = 27$

$\therefore$ મોટી સંખ્યા $= 27 - x$

બીજી શરત મુજબ, મોટી સંખ્યા $\times$ નાની સંખ્યા = 182

$\therefore (27 - x) \times x = 182$

$\therefore 27x - x^2 = 182$

$\therefore x^2 - 27x + 182 = 0$

$\therefore x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$

$\therefore x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$

$\therefore (x - 13)(x - 14) = 0$

$\therefore x - 13 = 0$ અથવા $x - 14 = 0$

$\therefore x = 13$ અથવા $x = 14$

પરંતુ $x = 14$ એ $x = 13$ કરતાં મોટી સંખ્યા હોવાથી શક્ય નથી.

$\therefore x = 13$

આમ, નાની સંખ્યા $= x = 13$ અને

મોટી સંખ્યા $= 27 - x = 27 - 13 = 14$ છે.

આથી, માંગેલી સંખ્યાઓ 13 અને 14 છે.

29. સમાંતર શ્રેણી 21, 18, 15, ... છે.

$\therefore a = 21, d = 18 - 21 = -3$

ધારો કે, n મું પદ $a_n = -81$ છે.

$a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore -81 = 21 + (n - 1)(-3)$

$\therefore -81 = 21 - 3n + 3$

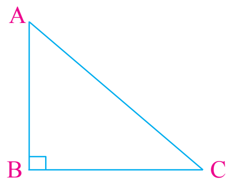
$\therefore -81 = 24 - 3n$

$\therefore -27 = 8 - n$

$\therefore n = 8 + 27$

$\therefore n = 35$

આથી આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 35 મું પદ -81 હોય.

30. 

કાટકોણ Δ ABC માં $\angle B = 90^\circ$ છે.

$15\ cot\ A = 8$

$\therefore\ cot\ A = \dfrac{8}{15}$

$\therefore\ \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{8}{15}$

$\therefore\ \dfrac{AB}{8} = \dfrac{BC}{15} = k$, k = ધન વાસ્તવિક સંખ્યા

$\therefore\ AB = 8k,\ BC = 15k$

પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore\ AC^2 = (8k)^2 + (15k)^2$

$\therefore\ AC^2 = 64k^2 + 225k^2$

$\therefore\ AC^2 = 289k^2$

$\therefore\ AC = 17k$

$\therefore\ sin\ A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{15k}{17k} = \dfrac{15}{17}$ અને

$cos\ A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{8k}{17k} = \dfrac{8}{17}$

31. ડા.બા. $= \dfrac{1}{2 - sin^2\alpha} + \dfrac{1}{2 + tan^2\alpha}$

$= \dfrac{1}{1 + 1 - sin^2\alpha} + \dfrac{1}{1 + 1 + tan^2\alpha}$

$= \dfrac{1}{1 + cos^2\alpha} + \dfrac{1}{1 + sec^2\alpha}$

$= \dfrac{1}{1 + cos^2\alpha} + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{cos^2\alpha}}$

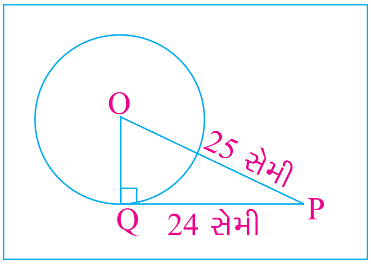
$= \dfrac{1}{1 + cos^2\alpha} + \dfrac{1}{\dfrac{cos^2\alpha + 1}{cos^2\alpha}}$

$= \dfrac{1}{1 + cos^2\alpha} + \dfrac{cos^2\alpha}{1 + cos^2\alpha}$

$= \dfrac{1 + cos^2\alpha}{1 + cos^2\alpha}$

$= 1$ = જ.બા.

32.



અહીં O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની ત્રિજ્યા = OQ

વર્તુળના સ્પર્શકની લંબાઈ PQ = 24 સેમી

PQ = 25 સેમી

અહીં, $OQ \perp PQ$

$\therefore$ Δ OQP કાટકોણ ત્રિકોણ છે. જ્યાં, $\angle OQP = 90°$

$\therefore OQ^2 + PQ^2 = OP^2$

$\therefore OQ^2 + 24^2 = 25^2$

$\therefore OQ^2 + 484 = 625$

$\therefore OQ^2 = 625 - 576$

$\therefore OQ^2 = 49$

$\therefore OQ = \sqrt{49}$

$\therefore$ OQ = 7 સેમી

$\therefore$ વર્તુળની ત્રિજ્યા = 7 સેમી

$\therefore$ વર્તુળનો વ્યાસ = 2 × ત્રિજ્યા

= 2 × 7

= 14 સેમી

33. અહીં, નળાકારની ત્રિજ્યા r = ઊંચાઈ h = 7 સેમી

નળાકારનું ઘનફળ $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 7$

$= 22 \times 49$

= 1078 સેમી^{3}

34. અહીં, મહત્તમ આવૃત્તિ 23 એ વર્ગ 30 – 35ની આવૃત્તિ છે.

$\therefore$ બહુલકીય વર્ગ 30 – 35 છે.

હવે, વર્ગલંબાઈ $h = 5$

બહુલકીય વર્ગની અધ:સીમા $l = 30$

બહુલકીય વર્ગની આવૃત્તિ $f_1 = 23$

બહુલકીય વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ $f_0 = 21$

બહુલકીય વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ $f_2 = 14$

હવે, બહુલક $Z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$$= 30 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14}\right) \times 5$$

$$= 30 + \left(\frac{2}{46 - 35}\right) \times 5$$

$$= 30 + \frac{2 \times 5}{11}$$

$$= 30 + \frac{10}{11}$$

$$= 30 + 0.91$$

$\therefore Z = 30.91$

આમ, આપેલ માહિતીનો બહુલક 30.91 છે.

35.

અક્ષરોની સંખ્યા	અટકોની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ cf
1 – 4	6	6
4 – 7	30	6 + 30 = 36
7 – 10	40	36 + 40 = 76
10 – 13	16	76 + 16 = 92
13 – 16	4	92 + 4 = 96
16 – 19	4	96 + 4 = 100

અહીં, $n = 100$

$\therefore \frac{n}{2} = 50$

50 થી તરત મોટી સંચયી આવૃત્તિ 76 જે વર્ગ 7 – 10 માં સમાયેલ હોવાથી મધ્યસ્થ વર્ગ 7 – 10 છે.

$\therefore l$ = મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા = 7

cf = મધ્યસ્થ વર્ગના આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = 36

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ = 40

h = વર્ગલંબાઈ = 3

મધ્યસ્થ $M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$$\therefore M = 7 + \left(\frac{50 - 36}{40}\right) \times 3$$

$$\therefore M = 7 + \frac{14 \times 3}{40}$$

$$\therefore M = 7 + \frac{21}{20}$$

$$\therefore M = 7 + 1.05$$

$\therefore M = 8.05$ અક્ષરો

36. અહીં, એક ખોખામાં 1 થી 90 સુધીના અંક લખેલી 90 ગોળ તકતીઓ છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 90

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલી તકતી પર પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે તે ઘટનાને A કહીએ.

1 થી 90માં પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 અને 81 એમ કુલ 9 પરિણામો છે.

$\therefore$ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 9

$\therefore$ $P(A) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

(ii) ધારો કે, પસંદ કરેલી તકતી પર પૂર્ણઘન સંખ્યા મળે તે ઘટનાને B કહીએ.

1 થી 90માં પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ 1, 8, 27 અને 64 એમ કુલ 4 પરિણામો છે.

$\therefore$ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 4

$\therefore$ $P(B) = \frac{4}{90} = \frac{2}{45}$

37. પાસાને એક વાર ફેંકવાના પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામો : 1, 2, 3, 4, 5, 6 છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 6

(i) ધારો કે, ઘટના A : પાસાના ઉપરના પૃષ્ઠ ઉપર 4 કરતાં મોટી સંખ્યા મળે તે

અહીં 4 કરતાં મોટી સંખ્યાઓ 5 અને 6 છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore$ $P(A) = \frac{2}{6}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{2 \times 1}{2 \times 3}$

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{3}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : પાસાના ઉપરના પૃષ્ઠ ઉપર 4 કે 4થી નાની સંખ્યા મળે તે

અહીં, 4 કે 4થી નાની સંખ્યાઓ 1, 2, 3, 4 છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 4

$\therefore$ $P(B) = \frac{4}{6}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{2 \times 2}{2 \times 3}$

$\therefore$ $P(B) = \frac{2}{3}$

વિભાગ-C

38. ધારો કે, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $ax^2 + bx + c$ નાં શૂન્યો α અને β છે.

$\therefore$ $\alpha + \beta = 4 = \frac{4}{1} = \frac{-b}{a}$ તથા $\alpha\beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$

$\therefore$ $a = 1, \quad b = -4$ અને $c = 1$

આથી આપેલ શરતને અનુરૂપ એક દ્વિઘાત બહુપદી $x^2 - 4x + 1$ છે. શૂન્યેતર વાસ્તવિક સંખ્યા k માટે, $k(x^2 - 4x + 1)$ સ્વરૂપની કોઇ પણ બીજી દ્વિઘાત બહુપદી પણ આપેલ શરતને અનુરૂપ લઇ શકાય.

39. દ્વિઘાત બહુપદી $x^2 + 9x + 14$ને $ax^2 + bx + c$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 1$, તો $b = 9$ અને $c = 14$

$\therefore \quad \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{1} = -9$ તથા

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{14}{1} = 14$

હવે, $\alpha + \beta = -9$

$\therefore \quad (\alpha + \beta)^2 = (-9)^2$

$\therefore \quad \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = 81$

$\therefore \quad \alpha^2 + 2(14) + \beta^2 = 81$

$\therefore \quad \alpha^2 + 28 + \beta^2 = 81$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 81 - 28$

$\therefore \quad \alpha^2 + \beta^2 = 53$

40. અહીં, સૌથી નાની ઉંમરનું બાળક 8 વર્ષ છે અને બાકીનાં બધાં ભાગ લેનાર બાળકો વચ્ચે 4 માસનો તફાવત છે.

તેથી અહીં ભાગ લેનાર બાળકોની ઉંમર સમાંતર શ્રેણી રચે છે. જેમાં પ્રથમ પદ $a = 8$

$\therefore$ સામાન્ય તફાવત $= 4$ માસ $= \frac{4}{12}$ વર્ષ

$= \frac{1}{3}$ વર્ષ

તેથી અહીં ભાગ લેનાર બાળકોની ઉંમર નીચે મુજબની સમાંતર શ્રેણી રચે છે :

$8, \frac{25}{3}, \frac{203}{24}, \ldots a_n$ (જ્યાં, a_n એ સૌથી મોટા બાળકની ઉંમર દર્શાવે છે.)

હવે, બધાં જ ભાગ લેનાર બાળકોની ઉંમરનો સરવાળો $S_n = 168$ વર્ષ

હવે, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\therefore \quad 168 = \frac{n}{2}\left[2(8) + (n-1)\frac{1}{3}\right]$

$\therefore \quad 168 \times 2 = n\left[16 + (n-1)\frac{1}{3}\right]$

$\therefore \quad 336 = n\left(\frac{48 + n - 1}{3}\right)$

$\therefore \quad 336 \times 3 = n(n + 47)$

$\therefore \quad 1008 = n^2 + 47n$

$\therefore \quad n^2 + 47n - 1008 = 0$

$\therefore \quad n^2 + 63n - 16n - 1008 = 0$

$\therefore \quad n(n + 63) - 16(n + 63) = 0$

$\therefore \quad (n - 16)(n + 63) = 0$

$\therefore \quad n - 16 = 0$ અથવા $n + 63 = 0$

$\therefore \quad n = 16$ અથવા $n = -63$ જે શક્ય નથી.

$\therefore \quad n = 16$

હવે, સૌથી મોટા બાળકની ઉંમર,

$a_n = a + (n-1)d$

$\therefore \quad a_{16} = 8 + (16 - 1)\frac{1}{3}$

$\therefore \quad a_{16} = 8 + (15)\frac{1}{3}$

$\therefore \quad a_{16} = 8 + 5$

$\therefore \quad a_{16} = 13$

આમ, સૌથી મોટા બાળકની ઉંમર 13 વર્ષ થાય.

41. અહીં, $S_{14} = 1050$, $n = 14$, $a = 10$

હવે, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\therefore S_{14} = \frac{14}{2}[2(10) + (14-1)d]$

$\therefore \frac{1050 \times 2}{14} = 20 + 13d$

$\therefore 150 - 20 = 13d$

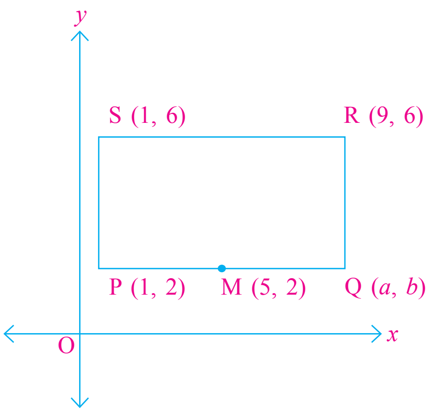
$\therefore 13d = 130$

$\therefore d = 10$

હવે, $a_{20} = a + 19d = 10 + (19 \times 10) = 10 + 190 = 200$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 20 મું પદ 200 છે.

42.



M એ PQનું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ મધ્યબિંદુ Mના યામ $= \left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$

$\therefore (5, 2) = \left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$

$\therefore \frac{1+a}{2} = 5$ અને $\frac{2+b}{2} = 2$

$\therefore a + 1 = 5 \times 2$ અને $b + 2 = 2 \times 2$

$\therefore a + 1 = 10$ અને $b + 2 = 4$

$\therefore a = 10 - 1$ અને $b = 4 - 2$

$\therefore a = 9$ અને $b = 2$

$\therefore$ Qના યામ $= (9, 2)$

હવે, $SQ = \sqrt{(1-9)^2 + (6-2)^2}$

$\therefore SQ = \sqrt{(-8)^2 + (4)^2}$

$\therefore SQ = \sqrt{64 + 16}$

$\therefore SQ = \sqrt{80}$

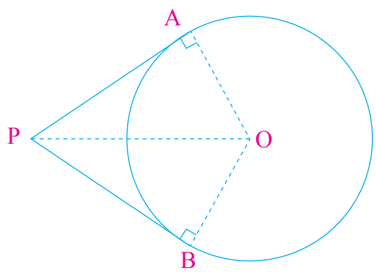
$\therefore SQ = \sqrt{16 \times 5}$

$\therefore SQ = 4\sqrt{5}$

43. **પક્ષ :** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બહારના ભાગમાં આવેલાં બિંદુ P માંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકો PA અને PB છે.

સાધ્ય : PA = PB

આકૃતિ :



સાબિતી : OP, OA અને OB જોડો. ∠OAP અને ∠OBP કાટખૂણા છે, કારણ કે, તે સ્પર્શકો અને સંગત ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખૂણા છે, અને પ્રમેય 10.1 ના આધારે તેઓ કાટખૂણા છે.

હવે કાટકોણ ત્રિકોણો OAP અને OBP માં,

OA = OB (એક વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

OP = OP (સામાન્ય બાજુ)

∠OAP = ∠OBP (કાટખૂણા)

તેથી, Δ OAP ≅ Δ OBP (કાકબા)

આથી, PA = PB (એકરૂપ ત્રિકોણોની અનુરૂપ બાજુઓ)

44. બે સમકેન્દ્રી વર્તુળો માટે મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = R સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા r = 7 સેમી અને અહીં મોટા વર્તુળની જીવા નાના વર્તુળને સ્પર્શે છે.

∴ જીવાની લંબાઈ $= 2\sqrt{R^2 - r^2}$

$\therefore\ 48 = 2\sqrt{R^2 - 7^2}$

$\therefore\ \frac{48}{2} = \sqrt{R^2 - 49}$

$\therefore\ 24 = \sqrt{R^2 - 49}$

$\therefore\ 24^2 = R^2 - 49$

$\therefore\ 576 = R^2 - 49$

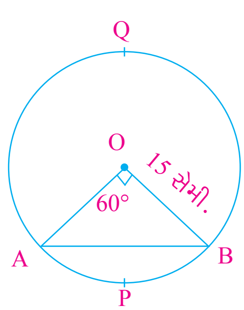
$\therefore\ R^2 = 576 + 49$

$\therefore\ R^2 = 625$

$\therefore\ R = \sqrt{625}$

∴ R = 25 સેમી

45.



અહીં, r = 15 સેમી. અને θ = 60° છે.

Δ OAB માં ∠O = 60° અને OA = OB = 15 સેમી. છે.

∴ ∠A = ∠B અને ∠A + ∠B = 120°

∴ ∠A = ∠B = ∠C = 60°

∴ Δ ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે. જેમાં દરેક બાજુની લંબાઈ a = 15 સેમી. છે.

સમબાજુ Δ OABનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}\ a^2$

$= \dfrac{1.73}{4} \times 15 \times 15$

$= 97.3125$ સેમી.^{2}

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 15 \times 15$

$= 706.5$ સેમી.^{2}

લઘુવૃત્તાંશ OAPBનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \dfrac{3.14 \times 15 \times 15 \times 60}{360}$

$= 117.75$ સેમી.^{2}

લઘુવૃત્તખંડ APB નું ક્ષેત્રફળ = લઘુવૃત્તાંશ OAPB નું ક્ષેત્રફળ − સમબાજુ Δ OAB નું ક્ષેત્રફળ

$= 117.75 - 97.3125$

$= 20.4375$ સેમી.^{2}

46. સરખી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાંની થોકડીમાંથી એક પત્તું કાઢવાના પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 52

(i) ધારો કે, ઘટના A : કાઢેલ પત્તું લાલ રંગનો રાજા હોય તે

અહીં, 52 પત્તાંમાં લાલ રંગનો રાજા હોય તેવાં 2 પત્તાં છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

P(A) = $\dfrac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

$\therefore P(A) = \dfrac{2}{52}$

$= \dfrac{2 \times 1}{26 \times 2}$

$\therefore \boxed{P(A) = \dfrac{1}{26}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : કાઢેલ પત્તું કાળીનું પત્તું ના હોય તે

અહીં, 52 પત્તાંમાં કાળીનું પત્તું ના હોય તેવાં પત્તાંની સંખ્યા = 52 − 13 = 39

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 39

$\therefore P(B) = \dfrac{39}{52}$

$= \dfrac{13 \times 3}{13 \times 4}$

$\therefore \boxed{P(B) = \dfrac{3}{4}}$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : કાઢેલ પત્તું લાલની રાણી હોય તે

અહીં 52 પત્તાંમાં 1 પત્તું લાલની રાણી હોય છે.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 1

$\therefore \boxed{P(C) = \dfrac{1}{52}}$

વિભાગ-D

47. ધારો કે, ભાવિનની હાલની ઉંમર x વર્ષ અને વૃત્તિકની હાલની ઉંમર y વર્ષ છે.

તેથી પાંચ વર્ષ પહેલા ભાવિનની ઉંમર $(x - 5)$ વર્ષ અને વૃત્તિકની ઉંમર $(y - 5)$ વર્ષ હશે.

પહેલી શરત મુજબ, $(x - 5) = 3(y - 5)$

$\therefore\ x - 5 = 3y - 15$

$\therefore\ x - 3y = -15 + 5$

$\therefore\ x - 3y = -10$ ...(1)

દસ વર્ષ પછી ભાવિનની ઉંમર $(x + 10)$ વર્ષ અને વૃત્તિકની ઉંમર $(y + 10)$ વર્ષ થશે.

બીજી શરત મુજબ, $(x + 10) = 2(y + 10)$

$\therefore\ x + 10 = 2y + 20$

$\therefore\ x - 2y = 20 - 10$

$\therefore\ x - 2y = 10$ ...(2)

સમીકરણ (1)માંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{l} x - 3y = -10 \\ x - 2y = 10 \\ -\quad +\qquad - \\ \hline \therefore\ -y = -20 \\ \therefore\ y = 20 \end{array}$$

સમીકરણ (1)માં $y = 20$ મૂકતાં,

$x - 3y = -10$

$\therefore\ x - 3(20) = -10$

$\therefore\ x - 60 = -10$

$\therefore\ x = -10 + 60$

$\therefore\ x = 50$

આમ, ભાવિનની હાલની ઉંમર 50 વર્ષ અને વૃત્તિકની હાલની ઉંમર 20 વર્ષ છે.

48. અહીં બે સંખ્યાનો સરવાળો 18 અને ધન તફાવત 2 છે.

ધારો કે, મોટી સંખ્યા x અને નાની સંખ્યા y છે.

$\therefore\ x + y = 18$ ...(1)

અને $x - y = 2$ ...(2)

સમીકરણ (1) અને (2)નો બાદબાકી કરતાં,

$$\begin{array}{l} x + y = 18 \\ x - y = 2 \\ -\quad +\quad - \\ \hline \therefore\ 2y = 16 \\ \therefore\ y = \dfrac{16}{2} \\ \therefore\ y = 8 \end{array}$$

સમીકરણ (1)માં $y = 8$ મૂકતાં,

$x + y = 18$

$\therefore\ x + 8 = 18$

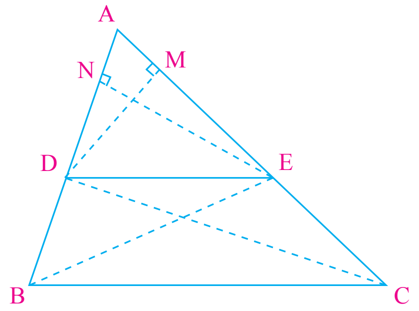
$\therefore\ x = 18 - 8$

$\therefore\ x = 10$

આમ, મોટી સંખ્યા 10 અને નાની સંખ્યા 8 છે.

49. **પક્ષ :** Δ ABCની બાજુ BCને સમાંતર રેખા બાકીની બે બાજુઓ AB અને ACને અનુક્રમે D અને Eમાં છેદે છે.

સાધ્ય : $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$



સાબિતી : BE અને CD જોડો અને DM $\perp$ AC અને EN $\perp$ AB દોરો.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ પાયા પરનો વેધ

$\therefore \quad ar\,(ADE) = \dfrac{1}{2} AD \times EN$

તથા $\quad ar\,(BDE) = \dfrac{1}{2} DB \times EN$

$$\therefore \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \qquad ...(1)$$

ઉપરાંત $\quad ar\,(ADE) = \dfrac{1}{2} AE \times DM$

તથા $\quad ar\,(DEC) = \dfrac{1}{2} EC \times DM$

$$\therefore \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(DEC)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \qquad ...(2)$$

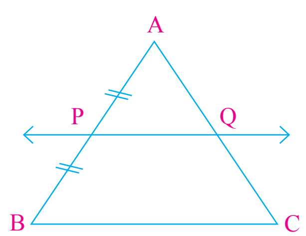
હવે, Δ BDE અને Δ DEC એક જ પાયા DE પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ BC અને DE વચ્ચે આવેલા છે.

$\therefore ar\,(BDE) = ar\,(DEC)$ ...(3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$

50. **પક્ષ :** Δ ABC માં, P એ બાજુ AB નું મધ્યબિંદુ છે, તેમજ P માંથી દોરેલ BCને સમાંતર રેખા AC ને Q માં છેદે છે. એટલે કે, PQ $\parallel$ BC

સાધ્ય : Q એ બાજુ AC નું મધ્યબિંદુ છે.



સાબિતી : Δ ABC માં A–P–B અને A–Q–C તથા PQ $\parallel$ BC છે.

$\therefore \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$ (પ્રમેય : 6.1) ...(1)

હવે, P એ બાજુ AB નું મધ્યબિંદુ હોવાથી AP = PB છે.

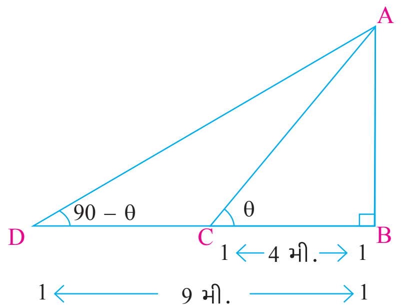
$\therefore \dfrac{AP}{PB} = 1$

$\therefore \dfrac{AQ}{QC} = 1$ (પરિણામ (1) પરથી)

$\therefore$ AQ = QC

$\therefore$ Q એ બાજુ AC નું મધ્યબિંદુ છે.

51.



ધારો કે, AB એ ટાવર છે. C અને D એ ટાવરના તળિયાથી અનુક્રમે 4 મી° અને 9 મી દૂર આવેલ નિરીક્ષણ બિંદુ છે.

ΔABCમાં $\angle B = 90°$

$\therefore$ BC = 4 મીટર, $\therefore$ BD = 9 મીટર

ધારો કે, $\angle ACB = \theta$ તેથી $\angle ADB = 90 - \theta$ ($\therefore$ કોટિકોણ)

કાટકોણ ΔABCમાં

$\therefore \quad tan\ \theta = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \quad tan\ \theta = \frac{AB}{4}$ ... (1)

કાટકોણ ΔABDમાં

$\therefore tan\ (90 - \theta) = \frac{AB}{BD}$

$\therefore (tan\ (90 - \theta) = cot\ \theta)$

$\therefore cota\ \theta = \frac{AB}{9}$ (પરિણામ 1 અને 2 નો ગુણકાર કરતા) ... (2)

$\therefore tan\ \theta \sim cot\ \theta = \frac{AB}{4} \times \frac{AB}{9}$

$\therefore 1 = \frac{AB^2}{36}$ ($\therefore$ $tan\ \theta \sim cot\ \theta = 1$)

$\therefore 36 = AB^2$

$\therefore$ AB = 6 મીટર

$\therefore$ ટાવરની ઊંચાઈ 6 મીટર છે.

52. તંબુમાં રહેલ નળાકાર તથા શંકુના ભાગનો વ્યાસ = 4 મીટર

$\therefore$ ત્રિજ્યા $r = \frac{4}{2} = 2$ મીટર

નળાકાર ભાગની ઊંચાઈ $h = 7$ મીટર

શંકુ ભાગની તિર્યક ઊંચાઈ $l = 3.5$ મીટર

1 તંબુ બનાવવા માટે વપરાયેલ કેનવાસનું ક્ષેત્રફળ = નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + \pi rl$

$= \pi r\ (2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times [2\ (7) + 3.5]$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times [14 + 3.5]$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times 17.5$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times \frac{175}{10}$

$= \frac{22 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7}{7 \times 2 \times 5}$

$= 22 \times 5$

= 110 મીટર^2

$\therefore$ 100 તંબુઓ બનાવવા માટે વપરાયેલ કેનવાસનું ક્ષેત્રફળ = $100 \times 110 = 11000$ મીટર^2

હવે, 1 મીટર^2 કેનવાસની કિંમત = 100 ₹

11000 મીટર^2 કેનવાસની કિંમત = 100×11000

= 1100000 ₹

અહીં, 100 તંબુઓ બનાવવા સહકારી સંસ્થાઓ 50% ખર્ચ ઉપાડે છે.

∴ સહકારી સંસ્થાઓ દ્વારા ઉપાડાતો ખર્ચ

= 11,00,000 ₹ના 50%

$= \frac{11,00,000 \times 50}{100}$

= 5,50,000 ₹

53. નળાકાર બોટલની ઊંચાઈ $h = 14$ સેમી

નળાકાર બોટલનો વ્યાસ = 10 સેમી

∴ ત્રિજ્યા $r = \frac{10}{2} = 5$ સેમી

નળાકાર બોટલનું ઘનફળ $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 5^2 \times 14$

$= \frac{22}{7} \times 25 \times 7 \times 2$

$= 22 \times 25 \times 2$

= 1100 સેમી^{3}

∴ 5 નળાકારની બોટલનું ઘનફળ

$= 1100 \times 5 = 5500$ સેમી^{3}

= 5500 મિલિલિટર

100 મિલિલિટર નારંગીના સ્વાદના ઠંડા પીણાંનો ભાવ = 10 ₹

∴ 5500 મિલિલિટર નારંગીના સ્વાદના ઠંડા પીણાંનો ભાવ $= \frac{5500 \times 10}{100}$

= 550 ₹

54.

દૈનિક ખિસ્સા ભથ્થું (₹માં) (વર્ગ)	બાળકોની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	$f_i u_i$
11 – 13	7	12	–4	–28
13 – 15	6	14	–3	–18
15 – 17	9	16	–2	–18
17 – 19	13	18	–1	–13
19 – 21	f	$20 = a$	0	0
21 – 23	5	22	1	5
23 – 25	4	24	2	8
કુલ	$44 + f$	–	–	–64

મધ્યક $\overline{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore\ 18 = 20 + \dfrac{-64}{44 + f} \times 2$

$\therefore\ 18 - 20 = \dfrac{-128}{44 + f}$

$\therefore\ -2 = \dfrac{-128}{44 + f}$

$\therefore\ 44 + f = \dfrac{-128}{-2}$

$\therefore\ 44 + f = 64$

$\therefore\ f = 64 - 44$

$\therefore\ f = 20$

આમ, આપેલ માહિતીમાં ખૂટતી આવૃત્તિ 20 છે.